

Оценка приведённой массы при соударении тел

Файзуллин Ф.Р.

© ООО «АвтоМеханика»

19.12.2018

При моделировании удара двух тел необходимо задать характеристики жёсткости и демпфирования контактного взаимодействия. Для линейной системы (модель Кельвина-Фохта) это коэффициенты жёсткости и демпфирования (диссипации). Задание характеристики жёсткости обычно не вызывает затруднений. Задание же характеристики демпфирования контактного взаимодействия не всегда удобно. Часто вместо характеристики демпфирования, как функции скорости и величины проникновения, удобнее задавать коэффициент восстановления скорости при ударе. Но в этом случае для расчета характеристики демпфирования требуется задать приведённую массу соударяемых тел.

При центральном ударе свободно движущихся тел приведённая (эквивалентная) масса определяется по формуле:

$$\frac{1}{\bar{m}} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \Rightarrow$$

$$\bar{m} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2},$$

где m_1 , m_2 – массы соударяемых тел.

Можно выделить два простых случая:

- когда масса одного из тел много больше массы второго $m_1 \ll m_2$ (например, при ударе о неподвижную стенку), приведенная масса равна массе меньшего тела $\bar{m} \approx m_1$;
- когда массы обоих тел равны $m_1 = m_2 = m$, приведенная масса равна $\bar{m} = m/2$.

Таким образом, из формулы следует, что приведённая масса всегда меньше или равна меньшей из масс, но больше или равна половине меньшей массы:

$$m_1 \leq m_2;$$

$$\frac{m_1}{2} \leq \bar{m} \leq m_1.$$

При нецентральной ударе или при ударе тел в составе механизма для приведённой массы соударения используется та же формула. Но вместо массы каждого из соударяемых тел используются приведённая масса тела:

$$\bar{m} = \frac{\bar{m}_1 \bar{m}_2}{\bar{m}_1 + \bar{m}_2}.$$

Приведенная масса тела в составе механизма или тела, участвующего в нецентральной ударе, определяется как коэффициент при ускорении точки удара P в направлении нормали к площадке ударного взаимодействия:

$$F = \bar{m} \cdot a_p \Rightarrow$$

$$\bar{m} = \frac{F}{a_p},$$

где ускорение a_p направлено по вектору силы F , а сила F произвольна по значению и направлена по нормали площадки удара.

Эквивалентное определение для приведённой массы – это коэффициент в выражении для кинетической энергии при движении точки P со скоростью V_p :

$$T = \frac{\bar{m} V_p^2}{2} \Rightarrow$$

$$\bar{m} = \frac{2T}{V_p^2},$$

где V_p направлена по нормали площадки удара.

Рассмотрим случай, показанный на рисунке 1, когда тело с точечной массой на невесомом стержне ударяется о неподвижное звено (или звено очень большой массы) в точке B .

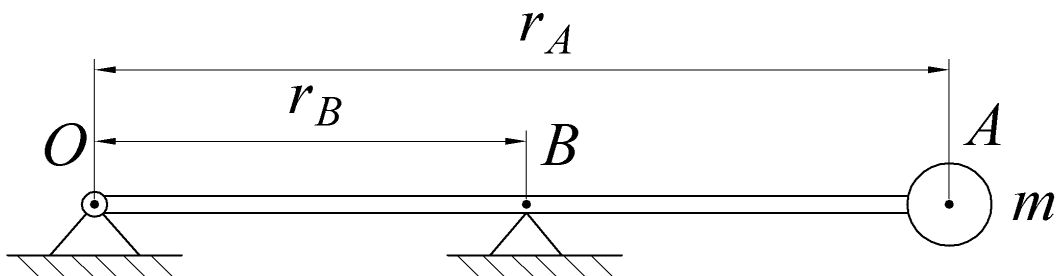


Рис. 1. Удар математического маятника о неподвижную опору

Чтобы правильно задать демпфирующую характеристику, нужно определить приведённую массу соударения. Как было замечено ранее, при центральном ударе о неподвижное тело приведённая масса соударения равна

массе движущегося тела. Так как движущееся тело связано шарниром, и нормаль площадки удара (направление ударного взаимодействия) не проходит через центр масс этого тела, необходимо рассчитать его приведённую массу. Расчетная схема для определения приведённой массы тела показана на рисунке 2. Под действием силы F мгновенное ускорение точки В равно:

$$a_B = \frac{M}{J_{OZ}} r_B = \frac{F \cdot r_B}{m \cdot r_A^2} r_B = \frac{F}{m} \cdot \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2.$$

Отсюда приведённая масса тела, равная в данном случае приведенной массе соударения, вычисляется по формуле:

$$\bar{m} = \frac{F}{a_B} = m \cdot \left(\frac{r_A}{r_B} \right)^2 = \frac{m}{\bar{l}^2};$$

$$\bar{l} = \frac{r_B}{r_A}.$$

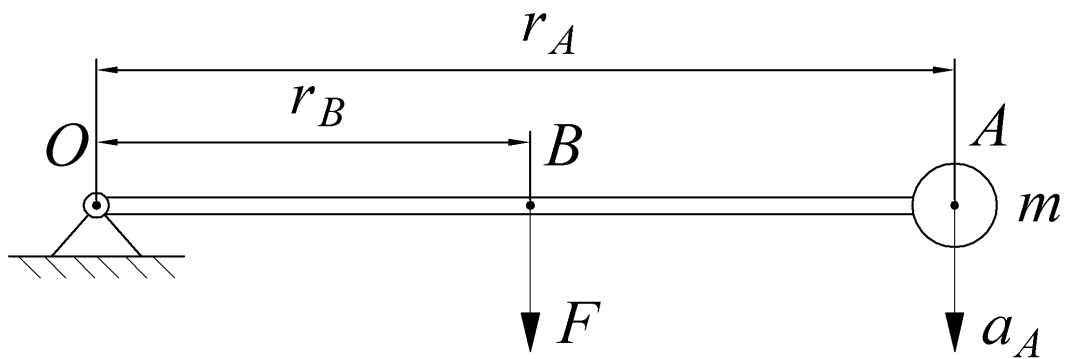


Рис. 2. Расчетная схема для определения приведённой массы математического маятника при ударе

Пусть физический маятник имеет массу m и момент инерции J_{OZ} относительно точки O . Его можно представить в виде точечной массы, находящейся на расстоянии r_i от оси вращения. Тогда приведённая масса может быть найдена по той же формуле:

$$\bar{m} = \frac{m}{\bar{l}^2};$$

$$\bar{l} = \left(\frac{r_B}{r_i} \right);$$

$$r_i = \sqrt{\frac{J_{OZ}}{m}}.$$

Рассмотрим удар рычага автомобильной подвески об отбойник на раме (рисунок 3). Пусть масса колеса со ступицей m_K много больше массы направляющих рычагов и много меньше массы рамы. Тогда раму можно считать неподвижным телом, и приведённую массу соударения можно примерно оценить по формуле, полученной из рассмотренной расчетной схемы:

$$\bar{m} = \frac{m_K}{\bar{l}^2}; \quad \bar{l} = \frac{r_B}{r_A}.$$

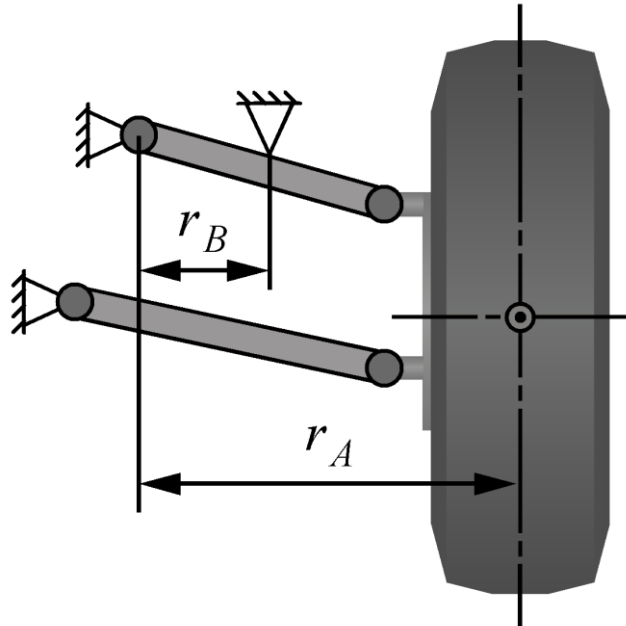


Рис. 3. Расчетная схема для определения приведённой массы колеса со ступицей при ударе об отбойник на автомобильной раме